ECOULEMENT D'UN FLUIDE

5 Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède

| Faire un schéma adapté.

Un iceberg immobile de volume V_{ice} flotte à la surface de l'eau. Son volume immergé est V_{im}.

1. Représenter les deux forces exercées sur l'iceberg.

2. Écrire l'expression vectorielle de ces deux forces en utilisant les notations du texte et calculer leurs valeurs.

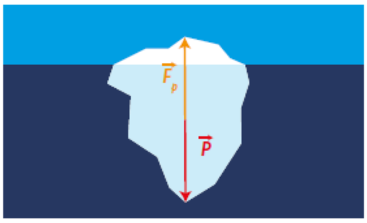
Utiliser le réflexe 1

Données

- Volumes : $V_{ice} = 7{,}0 \times 10^4$ m³ ; $V_{im} = 6{,}3 \times 10^4$ m³.
- Masses volumiques : $\rho_{ice} = 9{,}2 \times 10^2$ kg·m⁻³ ; $\rho_{eau} = 1{,}02 \times 10^3$ kg·m⁻³.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81$ N·kg⁻¹.

5 Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède

1.



Remarque : rigoureusement, le point d'application de la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$ exercée par l'eau sur l'iceberg est le centre de masse C de la partie immergée de l'iceberg.

Le point d'application du poids $\vec{P}$ de l'iceberg est le centre de masse G de l'iceberg.

Lorsque le corps est totalement immergé dans un même fluide, C et G sont confondus.

2. Expression vectorielle du poids : $\vec{P} = m_{ice}\vec{g}$

$\vec{P} = \rho_{ice} \times V_{ice} \times \vec{g}$.

Valeur du poids : $P = \rho_{ice} \times V_{ice} \times g$

$P = 9{,}2 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 7{,}0 \times 10^4 \text{ m}^3 \times 9{,}81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

$P = 6{,}3 \times 10^8$ N.

Expression vectorielle de la poussée d'Archimède :

$\vec{F}_p = -\rho_{eau} \times V_{im} \times \vec{g}$.

Valeur de la poussée d'Archimède :

$F_p = \rho_{eau} \times V_{im} \times g$

$F_p = 1{,}02 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 6{,}3 \times 10^4 \text{ m}^3 \times 9{,}81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

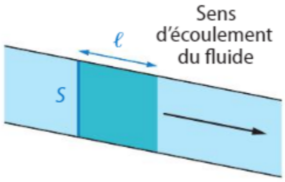
$F_p = 6{,}3 \times 10^8$ N.

Les deux forces ont la même valeur, ce qui est en accord avec un iceberg en équilibre.

8 Exprimer le débit volumique d'un fluide

| Exploiter des informations.

Un élément de fluide traverse une section de surface S et se déplace d'une distance ℓ pendant une durée Δt.



1. Que représente le volume colorié en turquoise ?

2. Exprimer le débit volumique de ce fluide à l'aide des notations du texte.

8 Exprimer le débit volumique d'un fluide

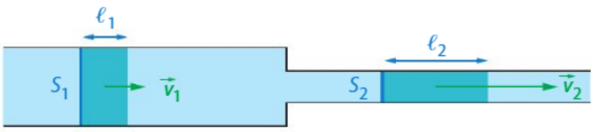
1. Le volume colorié représente le volume V d'un élément de fluide qui traverse une section de surface S et qui se déplace d'une distance ℓ pendant la durée Δt.

2. Avec les notations du schéma, $D_v = \dfrac{V}{\Delta t} = \dfrac{S \times \ell}{\Delta t}$.

9 Traduire la conservation d'un débit volumique

| Mobiliser et organiser ses connaissances.

De l'eau liquide, fluide incompressible, s'écoule en régime permanent indépendant du temps dans une canalisation.



L'eau qui traverse la section de surface S_1 parcourt la distance ℓ_1 pendant la durée Δt.

L'eau qui traverse la section de surface S_2, pendant la même durée Δt, parcourt la distance ℓ_2.

1. Comparer les débits volumiques aux deux extrémités du tube schématisées ci-dessus.

2. Exprimer la valeur v_2 de la vitesse en fonction de v_1, S_1 et S_2. La calculer.

9 Traduire la conservation d'un débit volumique

1. Au cours d'un écoulement en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique d'un fluide incompressible se conserve. Les débits volumiques aux extrémités du tube sont donc identiques.

2. Par définition, $D_v = \dfrac{V}{\Delta t}$.

Or $V = S \times \ell$. D'où $D_v = S \times v$.

Comme $D_{v_1} = D_{v_2}$, $S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2$.

Ainsi $v_2 = \dfrac{S_1 \times v_1}{S_2}$.

$$v_2 = \frac{30 \text{ cm}^2 \times 2{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{10 \text{ cm}^2} = 6{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

12 Exploiter qualitativement la relation de Bernoulli

| Utiliser un modèle pour prévoir.

• À l'aide de la relation de Bernoulli, compléter les phrases suivantes, les positions A et B étant situées sur une même ligne de courant.

a. Si $v_A > v_B$ et si $z_A = z_B$, alors la pression P_A à la position A est ......

b. Si $v_A < v_B$ et si $P_A = P_B$, alors la coordonnée verticale z_A est ......

c. Si $v_A = v_B$ et si $z_A < z_B$, alors la pression P_A à la position A est ......

Donnée

On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

12 Exploiter qualitativement la relation de Bernoulli

a. Si $z_A = z_B$, la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + P_B.$$

Dans ce cas : « Si $v_A > v_B$ la pression P_A à la position A est inférieure à la pression P_B à la position B. »

b. Si $P_A = P_B$, la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B.$$

Dans ce cas : « Si $v_A < v_B$ alors la coordonnée verticale z_A est supérieure à la coordonnée verticale z_B. »

c. Si $v_A = v_B$, la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\rho \times g \times z_A + P_A = \rho \times g \times z_B + P_B.$$

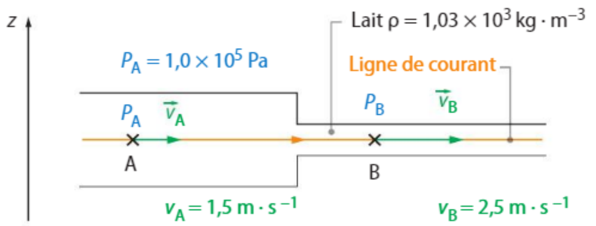
Dans ce cas : « Si $z_A < z_B$, alors la pression P_A à la position A est supérieure à la pression P_B à la position B. »

13 Exploiter la relation de Bernoulli (1)

CORRIGÉ

| Exploiter des informations sur un schéma.

Un écoulement de lait est schématisé ci-dessous.



• Calculer la pression P_B en B.

Utiliser le réflexe 3

Donnée

On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

13 Exploiter la relation de Bernoulli (1)

On extrait la pression P_B de la relation de Bernoulli appliquée entre A et B :

$$P_B = \rho \times g \times (z_A - z_B) + P_A - \rho \times \left(\frac{v_B^{\,2}}{2} - \frac{v_A^{\,2}}{2}\right).$$

Or ici $z_A = z_B$, donc $P_B = P_A - \rho \times \left(\frac{v_B^{\,2}}{2} - \frac{v_A^{\,2}}{2}\right)$.

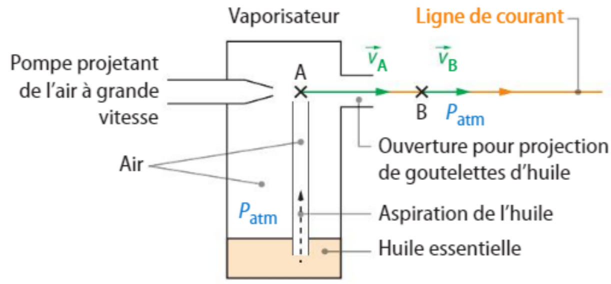
$$P_B = 1{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} - 1{,}03 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \times \left(\frac{(2{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2} - \frac{(1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2}\right)$$

$P_B = 9{,}8 \times 10^4$ Pa.

16 Tester la relation de Bernoulli

| Rédiger une explication.

• Justifier que l'huile essentielle du vaporisateur schématisé ci-dessous est aspirée jusqu'en A.



Donnée

On admet que la relation de Bernoulli s'applique :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

16 Tester la relation de Bernoulli

En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant à un fluide incompressible, entre A et B s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B.$$

Pour $z_A = z_B$, la relation devient :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + P_B.$$

Comme $v_A > v_B$, en A, la pression P_A sera plus faible que celle P_B qui règne en B.

Or $P_B = P_{atm}$ et donc $P_A < P_{atm}$.

À la position A apparaît une dépression par rapport au reste de l'enceinte. L'huile essentielle du vaporisateur est aspirée et jaillit sous forme de gouttelettes.

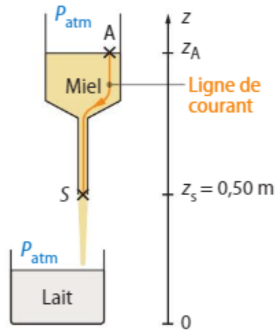
17 Connaître les critères de réussite

CORRIGÉ

Du yaourt au miel

| Mobiliser et organiser ses connaissances ; effectuer des calculs.

Dans une laiterie, afin d'aromatiser des yaourts, du miel s'écoule d'un réservoir dans une cuve contenant du lait à travers un tuyau de diamètre $d = 12{,}5$ mm, suivant le schéma ci-contre.



Le miel est considéré comme un liquide incompressible dont on néglige la viscosité.

Le réservoir est parallélépipédique et de grandes dimensions par rapport à celles de la cuve.

1. La durée de remplissage de la cuve d'un volume $V = 41$ L de miel est $\Delta t = 2{,}0$ min. Calculer le débit volumique D_v d'écoulement du miel dans la cuve en $m^3 \cdot s^{-1}$.

2. Calculer la valeur v_S de la vitesse d'écoulement du miel dans le tuyau.

3. La valeur de la vitesse du miel en A est considérée comme négligeable devant la valeur de la vitesse du miel dans le tuyau.
Exprimer puis calculer la coordonnée verticale z_A de la position A.

Données

- Masse volumique du miel : $\rho_{miel} = 1\,042\ kg \cdot m^{-3}$.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ N \cdot kg^{-1}$.
- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

17 Connaître les critères de réussite

Du yaourt au miel

1. Le débit volumique d'écoulement du miel dans la cuve s'exprime par $D_v = \dfrac{V}{\Delta t}$.

$$D_v = \frac{41 \times 10^{-3}\ m^3}{2{,}0 \times 60\ s} \text{ soit } D_v = 3{,}4 \times 10^{-4}\ m^3 \cdot s^{-1}.$$

2. On a $D_v = S \times v_s$ d'où $v_s = \dfrac{D_v}{S}$ avec $S = \pi \times \dfrac{d^2}{4}$ (aire d'un cercle de diamètre d).

$$v_s = \frac{4D_v}{\pi \times d^2} \text{ soit } v_s = \frac{43{,}4 \times 10^{-4}\ m^3 \cdot s^{-1}}{\left(12{,}5 \times 10^{-3}\right)^2\ m^2} = 2{,}8\ m \cdot s^{-1}.$$

La valeur v_S de la vitesse d'écoulement du miel en S est $2{,}8\ m \cdot s^{-1}$.

3. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant au miel considéré comme un fluide incompressible, entre A et S s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho_{miel} \times {v_A}^2 + \rho_{miel} \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho_{miel} \times {v_S}^2 + \rho_{miel} \times g \times z_S + P_S.$$

La valeur de la vitesse d'écoulement du miel en A est négligeable devant celle en S (énoncé). De plus $P_A = P_S = P_{atm}$. La relation devient :

$$\rho_{miel} \times g \times z_A = \frac{1}{2}\rho_{miel} \times {v_S}^2 + \rho_{miel} \times g \times z_S.$$

$$\text{D'où } z_A = \frac{{v_S}^2}{2g} + z_S \text{ ; soit } z_A = \frac{\left(2{,}8\ m \cdot s^{-1}\right)^2}{29{,}81\ N \cdot kg^{-1}} + 0{,}50\ m.$$

La coordonnée verticale de A est 0,90 m.

21 Souffle au cœur

Exploiter des informations ; mobiliser et organiser ses connaissances ; effectuer des calculs.

L'aorte thoracique est une artère qui transporte le sang chargé de dioxygène à partir du cœur vers les organes ; l'aorte est considérée comme cylindrique de diamètre D.
Un patient présente une sténose aortique congénitale : dès sa naissance, son aorte présentait un rétrécissement anormal de diamètre d égal à un cinquième du diamètre D.

Ce patient, lors de l'auscultation, a un pouls de 70 pulsations par minute. À chaque pulsation cardiaque, le cœur du patient envoie $V = 75\ cm^3$ de sang, liquide incompressible, dans l'aorte.

1. Vérifier que le débit volumique sanguin dans l'aorte est $D_v = 8{,}8 \times 10^{-5}\ m^3 \cdot s^{-1}$.

2. La valeur v_A de la vitesse du sang dans l'aorte, mesurée lors d'une échographie Doppler, est $0{,}31\ m \cdot s^{-1}$.
Calculer le diamètre D de l'aorte.

3. Calculer la valeur v_R de la vitesse dans le rétrécissement.

4. Un souffle est entendu de façon permanente si v_R dépasse $6\ m \cdot s^{-1}$. Un souffle est-il entendu lors de l'auscultation du patient présentant une sténose aortique congénitale ?

21 Souffle au cœur

1. Débit volumique sanguin dans l'artère :

$$D_{v_A} = \frac{V_{fluide}}{\Delta t} \text{ où } \Delta t = T_{battement}$$

$$\text{soit } D_{v_A} = \frac{75 \times 10^{-6}\ m^3 \times 70 \text{ pulsations par minute}}{60\ s}.$$

soit $D_v = 8{,}8 \times 10^{-5}\ m^3 \cdot s^{-1}$.

2. Le débit volumique dans l'aorte s'exprime aussi par :
$D_{v_A} = S_{aorte} \times v_A$.
L'artère étant cylindrique, la surface de sa section est :

$$S_{aorte} = \pi \times \frac{D^2}{4} \times v_A \text{ et donc } D = 2\sqrt{\frac{D_{v_A}}{\pi \times v_A}}\ ;$$

$$\text{soit } D = 2\sqrt{\frac{8{,}8 \times 10^{-5}\ m^3 \cdot s^{-1}}{\pi \times 0{,}31\ m \cdot s^{-1}}}$$

soit $D = 1{,}9 \times 10^{-2}\ m = 19$ mm.

3. Le sang étant assimilé à un fluide incompressible qui s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve : $D_{v_A} = D_{v_R}$.

$$\pi \times \frac{D^2}{4} \times v_A = \pi \times \frac{d^2}{4} \times v_R$$

$$v_R = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \times v_A \text{ et } d = \frac{D}{5}$$

$$v_R = (5)^2 \times 0{,}31\ m \cdot s^{-1}$$

$$v_R = 7{,}8\ m \cdot s^{-1}.$$

La valeur de la vitesse du sang dans le rétrécissement de l'aorte est $v_R = 7{,}8\ m \cdot s^{-1}$.

4. La valeur de la vitesse du sang dans le rétrécissement de l'aorte dépasse $6\ m \cdot s^{-1}$; un souffle est entendu.

22 À chacun son rythme

Tuyau d'arrosage

Faire un schéma adapté ; effectuer des calculs ; rédiger une explication.

Commencer par résoudre l'énoncé compact. En cas de difficultés, passer à l'énoncé détaillé.

Un particulier a placé, sur son installation d'arrosage, un réducteur de pression. Il permet de maintenir constante la pression de l'eau, au niveau de l'entrée d'un tuyau d'arrosage raccordé au réducteur, à une valeur maximale de 3,0 bar ($1\ bar = 1 \times 10^5$ Pa).
Un tuyau cylindrique de diamètre d'entrée $d_E = 15$ mm est fixé à la sortie du réducteur de pression. L'autre extrémité est munie d'un embout, ou lance d'arrosage, de diamètre de sortie $d_S = 10$ mm.

L'eau est considérée comme incompressible avec $\rho_{eau} = 1{,}00 \times 10^3$ kg·m^{-3}. En écoulement permanent indépendant du temps, la vitesse de l'eau à l'entrée du tuyau a pour valeur $v_E = 7{,}0$ m·s^{-1}. La lance d'arrosage et le raccord du tuyau au réducteur sont supposés être à la même altitude. La pression atmosphérique est $P_{atm} = 1{,}01$ bar.

Énoncé compact

Montrer qu'en cycle d'arrosage, la pression à l'entrée du tuyau est compatible avec celle que le réducteur de pression peut maintenir.

Données

- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

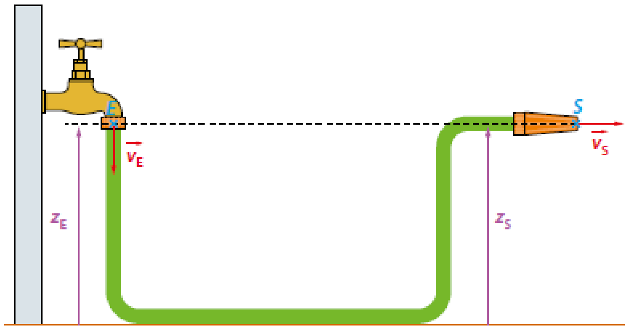
$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

- Intensité de la pesanteur : $g = 10$ N·kg^{-1}.

22 À chacun son rythme

Tuyau d'arrosage

1. Schéma de l'installation :



2. La pression P_S à la sortie du tuyau est celle de l'atmosphère (extrémité libre de la lance d'arrosage en relation avec l'air extérieur) ; $P_S = P_{atm}$.

3. Débit volumique en E : $D_{v_E} = S_E \times v_E$.

Comme le tuyau est cylindrique de diamètre d_E :

$$S_E = \pi \times \frac{d_E^2}{4} \text{ et donc } D_{v_E} = \pi \times \frac{d_E^2}{4} \times v_E.$$

On a de la même façon en S : $D_{v_S} = \pi \times \frac{d_S^2}{4} \times v_S$.

4. Le fluide est incompressible et s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve : $D_{v_E} = D_{v_S}$;

donc $\pi \times \frac{d_E^2}{4} \times v_E = \pi \times \frac{d_S^2}{4} \times v_S$;

d'où $v_S = \left(\frac{d_E}{d_S}\right)^2 \times v_E$;

soit $v_S = \left(\frac{15 \text{ mm}}{10 \text{ mm}}\right)^2 \times 7{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

$v_S = 16$ m·s^{-1}.

La valeur de la vitesse de l'eau à la sortie de la lance d'arrosage est 16 m·s^{-1}.

5. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée à l'eau, fluide incompressible, le long d'une ligne de courant entre E et S s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho_{eau} \times v_E^2 + \rho_{eau} \times g \times z_E + P_E = \frac{1}{2}\rho_{eau} \times v_S^2 + \rho_{eau} \times g \times z_S + P_S$$

Or $z_E = z_S$, donc la relation précédente devient :

$$\frac{1}{2}\rho_{eau} \times v_E^2 + P_E = \frac{1}{2}\rho_{eau} \times v_S^2 + P_S$$

$$P_E = P_S + \frac{1}{2}\rho_{eau} \times (v_S^2 - v_E^2) \text{ et comme } P_S = P_{atm},$$

$$P_E = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_{eau} \times (v_S^2 - v_E^2)$$

$$P_E = 1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \times 1{,}00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \times \left[(16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - (7{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2\right].$$

$$P_E = 2{,}0 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

6. $P_E = 2{,}0 \times 10^5$ Pa soit $P_E = 2{,}0$ bar.

$P_E < 3{,}0$ bar ; en cycle d'arrosage, la pression à l'entrée du tuyau est compatible avec celle que le réducteur de pression peut maintenir.

25 Quand le vent souffle

Exploiter des informations ; effectuer des calculs ; mobiliser et organiser ses connaissances.

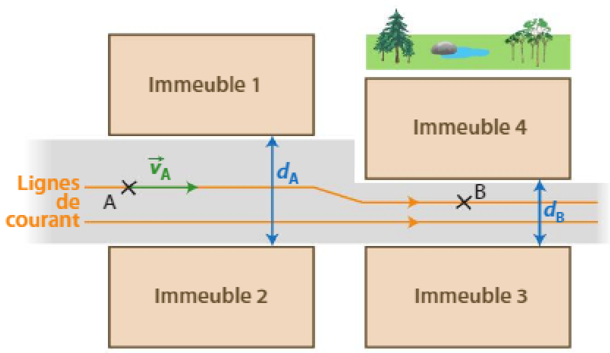
Quatre immeubles de hauteur H sont implantés au bord d'une place comprenant un rétrécissement ; la distance entre les immeubles 1 et 2 est $d_A = 80{,}0$ m, puis est réduite à $d_B = 60{,}0$ m entre les immeubles 3 et 4.

La situation est schématisée en vue aérienne ci-après.

La pression à l'intérieur de tous les immeubles est égale à la pression P_A de l'air entre les immeubles 1 et 2. Une vitre peut casser si elle est soumise à des forces pressantes de valeurs très différentes de part et d'autre du vitrage.

Un jour de tempête, la valeur v_B de la vitesse du vent est supérieure à la valeur $v_A = 100$ km·h^{-1}.

On peut considérer que dans ces conditions, l'air se comporte comme un fluide incompressible qui s'écoule en régime permanent indépendant du temps.



1. a. Indiquer l'évolution du débit volumique de l'air entre les positions A et B.

b. Exprimer la valeur v_B de la vitesse entre les bâtiments 3 et 4 en fonction de v_A, d_A et d_B. La calculer.

2. a. Calculer la différence de pression de l'air $P_A - P_B$ de part et d'autre des vitres des immeubles 3 et 4 donnant sur la place.
b. Schématiser, sans souci d'échelle mais de façon cohérente, les forces pressantes qui s'exercent sur une vitre de l'immeuble 4 donnant sur la place.
c. Calculer la différence entre les valeurs des forces pressantes qui s'exercent de part et d'autre d'une vitre de surface $S = 6{,}0$ m² de l'immeuble 4 donnant sur la place.
d. Déterminer la masse d'un objet dont le poids aurait la même valeur que celle de cette somme de forces pressantes. Conclure.

Données
- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :
$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$
- Masse volumique de l'air : $\rho_{air} = 1{,}2$ kg·m^{-3}.

25 Quand le vent souffle

1.a. Comme l'air s'écoule en régime permanent indépendant du temps et qu'il est supposé incompressible, le débit volumique se conserve :
$D_{v_A} = D_{v_B}$.
b. Le débit volumique s'exprime par $D_v = S \times v$.
On déduit de la question précédente : $S_A \times v_A = S_B \times v_B$.

Or $S_A = d_A \times H$ et $S_B = d_B \times H$ où H est la hauteur des immeubles.

$$d_A \times H \times v_A = d_B \times H \times v_B$$

$$v_B = \frac{d_A}{d_B} \times v_A$$

$$v_B = \frac{80{,}0 \text{ m}}{60{,}0 \text{ m}} \times 100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

$$v_B = 133 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}.$$

2.a. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant, entre A et B, au fluide incompressible, s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho_{air} \times v_A^2 + \rho_{air} \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho_{air} \times v_B^2 + \rho_{air} \times g \times z_B + P_B$$

Or $z_A = z_B$ donc la relation précédente devient :

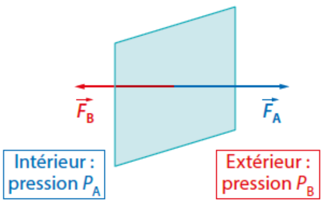
$$\frac{1}{2}\rho_{air} \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho_{air} \times v_B^2 + P_B.$$

Et donc $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho_{air} \times (v_B^2 - v_A^2)$.

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \times 1{,}2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \times \left(\frac{133}{3{,}6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2 - \left(\frac{100}{3{,}6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2.$$

$$P_A - P_B = 356 \text{ Pa}.$$

b. On a $P_A > P_B$, or $P = F \times S$. Pour une surface égale, on a donc $F_A > F_B$.



c. Sur les deux faces d'un vitrage de surface S appartenant à l'immeuble 4, s'exerce donc une différence de forces pressantes de valeur :
$\Delta F = F_A - F_B = (P_A - P_B) \times S$.
$\Delta F = (356 \text{ Pa}) \times 6{,}0 \text{ m}^2$.
$\Delta F = 2{,}1 \times 10^3$ N.

d. On a $P = \Delta F$ soit $m \times g = \Delta F$ d'où $m = \frac{\Delta F}{g}$; soit :
$m = \frac{2{,}1 \times 10^3 \text{ N}}{9{,}81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}$ soit $m = 2{,}1 \times 10^2$ kg.

Cette force est l'équivalent en valeur, du poids d'une masse de $2{,}1 \times 10^2$ kg. La vitre, si elle n'est pas assez épaisse donc résistante, risque se briser.

26 Sonde de Pitot

Exploiter des informations ; effectuer des calculs ; mobiliser et organiser ses connaissances ; faire un schéma adapté.

Un hors-bord est équipé notamment d'une sonde de Pitot qui permet de déterminer la valeur v de sa vitesse.
Cette sonde, placée sur la coque du bateau, est immergée.

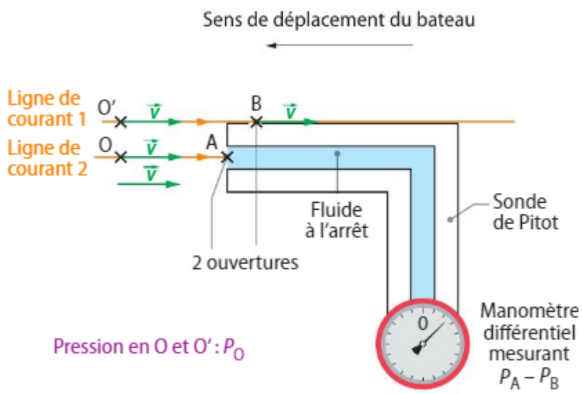
L'eau est considérée comme un fluide incompressible.

A Applications des sondes de Pitot

Une sonde de Pitot (Henri Pitot, 1695-1771) sert à mesurer la valeur de la vitesse d'un écoulement de fluide. Inventée en 1732, elle a ensuite été améliorée par Henry Darcy, puis par Ludwig Prandtl.

Actuellement, des sondes de Pitot sont fréquemment utilisées pour mesurer la valeur de la vitesse d'un avion ou d'un bateau.

B Schéma de principe d'une sonde de Pitot



Dans un référentiel lié au bateau, l'eau se déplace à une vitesse de valeur v. Son vecteur vitesse représenté sur le schéma est orienté vers la droite.

Dans un référentiel lié à l'eau supposée immobile, le bateau se déplace à une vitesse de même valeur v. Le vecteur vitesse du bateau est, lui, orienté vers la gauche.

La différence de pression mesurée par le manomètre permet de calculer la valeur v de la vitesse du bateau.

La différence de coordonnées verticales entre O et O', ou entre A et B est négligeable.

1. a. Justifier que les pressions en O' et B sont identiques.
b. La position A est appelée point d'arrêt : la valeur de la vitesse du fluide y est nulle. Le long de la ligne de courant 2, justifier que P_A est supérieure à P_O.

c. En déduire que la valeur v de la vitesse en O est :

$$v = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho_{eau}}}$$

2. La différence de pression mesurée par le manomètre différentiel est $\Delta P = 3{,}30 \times 10^3$ Pa.
Calculer la valeur v de la vitesse du hors-bord.

3. La limitation dans la zone de navigation est 5 nœuds. Le hors-bord est-il en infraction ?

Données

- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :
$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- 1 nœud = 1 mile marin par heure = $1{,}852\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1{,}000 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

26 Sonde de Pitot

1.a. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant, entre O' et B, au fluide incompressible, s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_{O'}^2 + \rho \times g \times z_{O'} + P_{O'} = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

Or $z_{O'} = z_B$ et d'après le schéma $v_{O'} = v_B = v$.
La relation de Bernoulli se ramène dans cette situation à $P_{O'} = P_B$.

b. Le long de la ligne de courant 2, pour les positions O et A, on a :

$$\frac{1}{2}\rho_{eau} \times v_O^2 + \rho_{eau} \times g \times z_O + P_O = \frac{1}{2}\rho_{eau} \times v_A^2 + \rho_{eau} \times g \times z_A + P_A$$

Or $z_O = z_A$ et $v_A = 0$.

On en déduit $P_A = P_O + \frac{1}{2}\rho_{eau} \times v_O^2$ et donc $P_A > P_O$.

c. Le point O' est très proche de O : $P_{O'} \approx P_O$ et on a montré que : $P_O' = P_B$. Le schéma indique $v_O = v_{O'}$.

On a donc : $v_O = v_{O'} = \sqrt{\dfrac{2 \times (P_A - P_B)}{\rho_{eau}}}$.

2. $v = \sqrt{\dfrac{2 \times 3{,}30 \times 10^3\ \text{Pa}}{1\,000\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}}$

$v = 2{,}57\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 9{,}25\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 4{,}99$ nœuds.

3. Le hors-bord est juste à la limite de l'infraction qui est fixée à 5 nœuds.